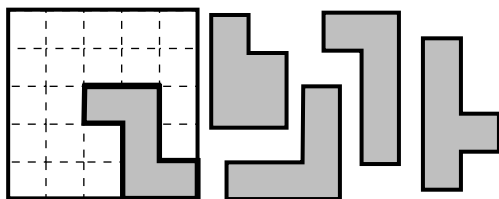


Euromath 2013 - Epreuve de qualification individuelle

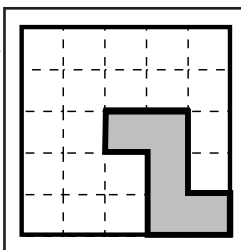
1. Quatre pièces à placer



Placez les quatre pièces dans le carré de façon à recouvrir complètement les cases vides du carré. Les pièces peuvent être tournées, mais pas retournées recto-verso.

Repassez le contour des pièces en traits épais.

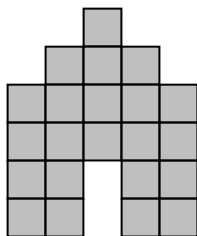
réponse :



2. La facade

Combien de carrés entièrement dessinés comptez-vous dans cette façade de maison ?

réponse :



3. Le livre de l'année

Les pages du livre de l'année sont numérotées dans l'ordre, sans trou, de la page 1 à la page

On sait qu'il a fallu exactement 2013 chiffres pour numéroter toutes les pages de ce livre.

Quel est le numéro de la dernière page numérotée ?

réponse :

4. Six poids sur la balance

Cette balance est en équilibre lorsqu'on pose trois poids sur chaque plateau. Cinq de ces poids pèsent 3 kg, 5 kg, 6 kg, 11 kg et 12 kg, et l'un d'entre eux est en double. ?

Quel est le poids en double ?

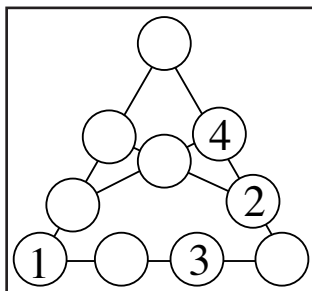
réponse :



5. Triangle magique

Placez les nombres de 5 à 10 dans les cases vides de la figure de telle sorte que la somme des trois ou quatre nombres situés sur un même segment soit toujours égale à 20.

réponse :



6. La ronde

Vingt garçons et un certain nombre de filles, main dans la main, forment un grand cercle. Treize garçons donnent leur main droite à une fille.

Combien de garçons donnent leur main gauche à une fille ?

réponse :

7. Vendredi 31

Nous sommes le vendredi 31 mai.

Quelle sera la prochaine année où le 31 mai tombera un vendredi ?

réponse :

8. Le nombre mystérieux

On sait que :

$$4\bullet + 6\blacksquare \text{ vaut le double de } 2\blacksquare + \bullet\blacksquare$$

Dans cette écriture, chaque symbole remplace toujours le même chiffre et deux chiffres différents sont toujours remplacés par deux symboles différents.

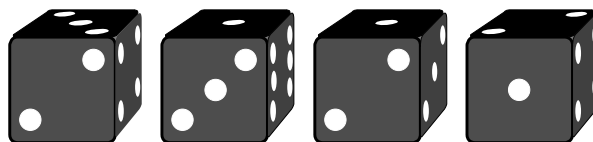
Quelle est la valeur de $\bullet\blacksquare$?

réponse :

$$\bullet\blacksquare = \dots\dots\dots$$

9. Drôle de dé

Voici quatre vues d'un même dé. Ce dé a été mal fait : il ne comporte pas de 5 et deux faces portent le même nombre de points.



Quel est le nombre de points qui figure deux fois sur les faces de ce dé ?

réponse :

10. Le réveil de Mathias

Le réveil de Mathias affiche les heures et les minutes de 00 h 00 min à 23 h 59 min. Certains affichages; comme par exemple 02 h 31 min ou 21 h 34 min utilisent quatre chiffres consécutifs (le premier utilise les chiffres 0, 1, 2, 3 et le second les chiffres 1, 2, 3, 4).

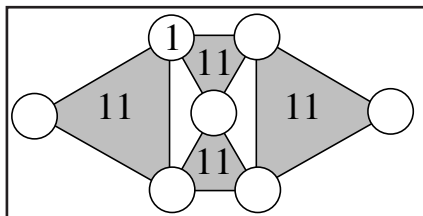
De 0 heure à minuit, combien de fois le réveil de Mathias présente-t-il un affichage avec quatre chiffres consécutifs ?

réponse :

Euromath 2013 - Epreuve de qualification individuelle

11. Onze en somme

Placez les nombres de 2 à 7 sur les six cases vides de ce diagramme, de telle sorte que la somme des nombres situés aux sommets d'un même triangle grisé soit toujours égale à 11.



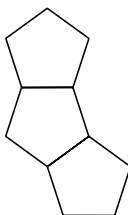
réponse :

12. La chaîne de pentagones

Mathias construit une chaîne de pentagones réguliers en les collant à plat sur une table, de façon à tourner toujours dans le même sens.

Combien de pentagones aura-t-il assemblés lorsque la chaîne se refermera ?

Répondez 0 si vous pensez que le dernier pentagone posé ne pourra être collé bord à bord avec le premier.



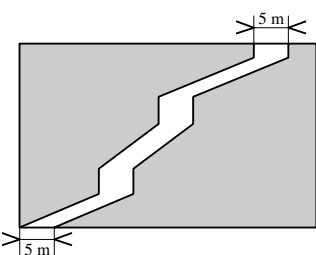
réponse :

13. Quand Jordi fait le niais

« J'ai les 1100 m² du parc à tondre » dit Jordi à son chef.

« Ne fais pas le niais, répond celui-ci, si tu déduis l'allée en gravillons (voir le dessin), il n'y a que 975 m² de pelouse ».

Quelles sont les dimensions du parc ?



réponse :

14. Le tournoi

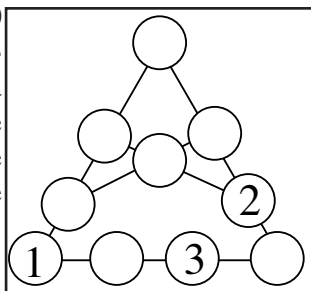
Dans un tournoi de jeu de Hex (jeu à deux joueurs où il n'y a pas de parties nulles), 8 joueurs sont inscrits. Les joueurs s'affrontent par tirage au sort. Après deux défaites, un joueur est systématiquement éliminé et le tournoi se poursuit jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un vainqueur. Combien de parties seront-elles jouées, au minimum, à la fin du tournoi ?

réponse :

15. Triangle magique

Placez les nombres de 4 à 10 dans les cases vides de l'af-fure de telle sorte que la somme des trois ou quatre nombres situés sur un même segment soit toujours égale à 20.

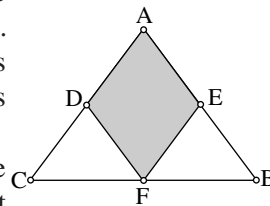
réponse :



16. Quadrilatère dans un triangle

Le triangle ABC est un triangle isocèle de sommet principal A. Les points D, E et F sont les milieux respectifs des côtés [AC], [AB] et [BC].

On sait que $BC = 6$ cm et que l'aire du quadrilatère AEFD est égale à 6 cm².



Quel est le périmètre du triangle ABC ?

réponse :

17. Le rectangle de l'année

Le rectangle de l'année est découpé en deux parcelles, l'une carrée, l'autre rectangulaire, dont l'une a pour superficie 20 cm². Un côté du grand rectangle mesure 13 cm.

Combien existe-t-il de tels rectangles de l'année ?

Note : deux grands rectangles superposables seront considérés comme identiques

réponse :

18. Les cordes

Dans un cercle de diamètre 10 centimètres, un point A est situé à 4 cm du centre.

Combien de cordes passant par A ont pour longueur un nombre entier de centimètres ?

Note : Un diamètre est une corde particulière.

réponse :

19. Une année porte-bonheur

Le nombre 2013 peut s'écrire comme une somme de nombres entiers consécutifs dont le plus grand est divisible par 13.

Quel est le plus petit de ces entiers consécutifs ?

réponse :

20. Triangle rectangle isocèle

Un triangle rectangle isocèle a un périmètre égal à 20 centimètres.

Quelle est son aire ?

On prendra, si besoin est, 1,414 pour $\sqrt{2}$ et on arrondira la réponse au millimètre le plus proche.

réponse :

Euromath 2013 - Epreuve de qualification individuelle

21. Quadruplets de Pythagore

Le nombre 49 est le carré d'un entier et est égal à la somme de trois carrés non nuls distincts :

$$7^2 = 6^2 + 3^2 + 2^2.$$

Quelle est l'entier suivant jouissant de la même propriété ?

réponse :

22. Les napperons de Mamie Matte

Mamie Matte réalise des napperons. Elle part d'un petit carré (étape 0), puis elle assemble huit petits carrés identiques pour former un carré trois fois plus grand, le carré central restant vide (étape 1).

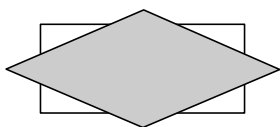
Elle recommence ensuite la même opération avec huit des derniers carrés réalisés pour obtenir à nouveau un carré trois fois plus grand, le carré central restant vide (étape 2). A l'étape n° 3, 217 petits carrés élémentaires sont vides, en comptant ceux du carré central.

Combien de petits carrés élémentaires resteront vides dans le napperon réalisé à l'étape n° 4 ?

réponse :

23. Un losange sur un rectangle

On colle un losange à plat sur un rectangle, les centres étant superposés ainsi que les axes de symétrie des deux quadrilatères.



La partie du rectangle qui reste visible représente les $\frac{2}{9}$ de l'aire totale de ce rectangle. On retourne le collage.

Quel pourcentage du losange restera visible ?

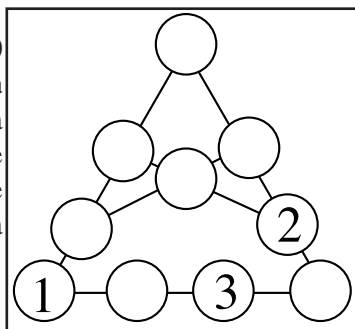
On donnera la réponse en pourcent arrondie au dixième.

réponse : %

24. Un triangle magique

Placez les nombres de 4 à 10 dans les cases vides de la figure de telle sorte que la somme des trois ou quatre nombres situés sur un même segment soit toujours la même.

réponse :

**25. Un long calcul**

Quel est le chiffre des unités de $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 2012^5 + 2013^5$?

réponse :

26. Les quatre nombres

On choisit quatre nombres entiers x, y, z et t au hasard entre 2 et 2013 (bornes comprises).

Quelle est la probabilité pour que le nombre $xy + zt$ soit pair ?

réponse :

27. Devine nombre

La somme de quatre nombres est égale à 83. La somme de leurs six produits deux à deux est 2013.

Quel est, au maximum, le plus grand des quatre nombres ?

réponse :

28. Deux places dans un avion

Mathias et Matthieu ont pris deux places dans le même avion. Ils sont dans la même rangée de 6 places, mais la machine qui assure l'enregistrement les a affectés au hasard. Les 6 places sont toutes occupées.

Quelle est la probabilité pour que Mathias et Matthieu puissent converser pendant le voyage sans qu'un ou plusieurs voyageurs ne soient placés entre eux ?

Note : On assimilera le cas où ils sont placés de part et d'autre du couloir central aux cas où ils sont côte à côte.

réponse :

29. Que de racines !

Que vaut cette expression :

$$\sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots}}}}$$

où le nombre de radicaux est infini et où tous les nombres écrits sont égaux à 30 ?

réponse :

30. Nombres à 7 chiffres

On forme tous les nombres à 7 chiffres dont l'écriture utilise une fois et une seule chacun des chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et on les range par ordre croissant.

Quel sera le 2013^e ?

L'écriture d'un nombre à plusieurs chiffres ne commence jamais par un 0.

réponse :